CHAPITRE 6

LE BRUIT EN RÉCEPTION RADAR

ISBN : 978-2-9544675-1-1

1 INTRODUCTION

Cette question est d'une importance capitale en détection radar, car c'est la présence du bruit qui vient limiter les possibilités de détection du signal utile.

Aussi, nous préciserons dans ce chapitre certains points classiques et compléterons cet examen par quelques considérations utiles à l'application radar.

Le bruit d'un récepteur est la somme d'une multitude de tensions irrégulières dont les amplitudes et les phases sont distribuées suivant les lois du hasard.

Les sources de bruit dans un récepteur sont :

- les résistances qui sont productrices de bruit thermique ;
- les éléments actifs (tubes, transistors, diodes, cristaux, etc.) qui produisent des bruits particuliers liés à leur principe de fonctionnement.

En pratique, ces diverses sources produisent des bruits uniformément répartis dans le spectre des fréquences, du moins dans le domaine intéressant le récepteur. Le bruit que nous trouvons à la sortie d'un récepteur ne correspond par contre qu'aux fréquences comprises à l'intérieur de sa bande passante.

Notons enfin que les tensions de bruit étant distribuées au hasard, l'effet moyen dans le récepteur est une addition en puissance, c'est-à-dire que la puissance moyenne de bruit engendrée dans le récepteur est la somme des puissances issues de chaque source de bruit.

En particulier, les bruits étant supposés uniformément répartis dans le domaine des fréquences, la puissance moyenne de bruit à la sortie d'un récepteur sera, toutes choses égales par ailleurs, proportionnelle à sa bande passante.

2 BRUIT DANS LES RÉSISTANCES

Le bruit dans une résistance ohmique provient de l'agitation thermique des électrons. Le processus de naissance du bruit dans une telle résistance est connu sous le nom d'effet Johnson. On démontre que la *tension efficace* du bruit engendré dans une résistance a pour expression :

$$\overline{V_b} = \sqrt{4\,R.k.T.\Delta f}$$

relation dans laquelle :

- $\overline{V_b}$ est donné en volts
- R : résistance en ohms
- K : constante de Boltzman $k = 1{,}37.10^{-23}$ watt/hertz/degré
- T : est la température absolue (degrés Kelvin)
- Δf : est la bande passante du système en Hertz.

Par exemple pour :

R = 1 000 ohms ; ΔF = 1 MHz ; T = 290 °K ; $\overline{V_b}$ = 4 microvolts

Nota :

Le bruit des résistances n'est pas la seule source de bruit dans un récepteur, mais étant de formulation simple il est souvent utilisé comme référence, afin de disposer d'une base théorique d'évaluation.

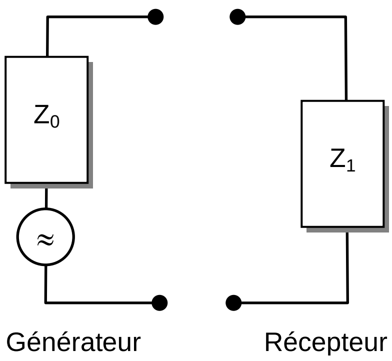
ISBN : 978-2-9544675-1-1

Le bruit engendré dans un quelconque élément n'est pas intégralement transmis dans le récepteur ; nous allons voir pour quelles raisons dans le paragraphe suivant.

3 NOTION DE PUISSANCE MAXIMALE UTILISABLE NOTION D'ADAPTATION

Un générateur de tension ne peut transmettre à l'extérieur toute l'énergie dont il dispose, car une partie de cette énergie est dissipée dans son impédance interne.

On peut le représenter par une source de tension v_o, mise en série avec impédance $Z_o = R_o + jX_o$. Nous allons exprimer la puissance fournie à une impédance $Z_1 = R_1 + jX_1$ par un tel générateur.



Le courant qui traverse le circuit s'écrit :

$$i = \frac{v_o}{R_1 + R_o + J\,(X_1 + X_o)}$$

Si $\overline{V_o}$ est la tension efficace, on peut écrire la valeur efficace du courant traversant le circuit :

$$\overline{I} = \frac{\overline{V_o}}{\sqrt{(R_1 + R_o)^2 + (X_1 + X_o)^2}}$$

et la puissance consommée par l'impédance Z_1 est celle dissipée dans la résistance R_1 soit :

$$P = R_1 . \overline{I^2} = \frac{\overline{V_o^2} . R_1}{(R_1 + R_o)^2 + (X_1 + X_o)^2}$$

Cherchons les conditions pour que P soit maximum :

X_1 et X_o peuvent être positifs ou négatifs, et le dénominateur de la fraction somme de deux termes positifs indépendants sera évidemment minimum si l'un des termes s'annule. La première condition s'écrit donc :

$$X_1 = -X_o.$$

Dans ce cas P devient :

$$P = \frac{\overline{V_o^2}\, R_1}{(R_1 + R_o)^2}$$

où R_1 et R_o sont des quantités positives.

ISBN : 978-2-9544675-1-1

On peut également écrire :

$$P = \frac{\overline{V_o^2}}{R_o} \cdot \frac{R_1 / R_o}{(1 + R_1 / R_o)^2}$$

Posons :

$$\frac{R_1}{R_o} = u^2$$

il vient alors :

$$P = \frac{\overline{V_o^2}}{R_o} \cdot \frac{u^2}{(1 + u^2)^2} = \frac{\overline{V_o^2}}{R_o} \cdot \frac{1}{(1/u + u)^2}$$

le dénominateur de la fraction est une somme de termes dont le produit est constant, il sera donc minimum lorsque les deux termes de la somme seront égaux, soit : $u = 1$

On aura alors :

$$R_1 = R_o$$

$$P_{max} = \frac{\overline{V_o^2}}{4.R_o}$$

CONCLUSION

La condition pour qu'un générateur d'impédance interne $Z_o = R_o + jX_o$ délivre le maximum de puissance à une charge d'impédance $Z_1 = R_1 + jX_1$ est :

$$R_o = R_1 \quad X_o = -X_1$$

Et dans ce cas, la puissance délivrée est :

$$P_{max} = \frac{\overline{V_o^2}}{4.R_o}$$

C'est la puissance maximale disponible aux bornes du générateur considéré.

4 PUISSANCE MAXIMALE DISPONIBLE DE BRUIT DENSITÉ SPÉCTRALE DE BRUIT – TEMPÉRATURE DE BRUIT

Une résistance peut être considérée comme une source de tension de valeur efficace V_b, en série avec une impédance égale à R ; la *puissance maximale de bruit* qui peut être délivrée par une résistance est donc :

$$P_{max} = \frac{V_b^2}{4.R} = k.T.\Delta f = B$$

B en watts ; T en degrés Kelvin ; Δf eu hertz ; k en watt/hertz/degré

Cette puissance, souvent considérée comme très conventionnelle a pourtant son importance car elle est accessible à la mesure. Elle n'est pourtant pas caractéristique du bruit car elle dépend de la bande Δf du récepteur. On s'affranchit de la bande Δf en exprimant la puissance disponible par hertz de bande passante aux bornes de la résistance ou :

ISBN : 978-2-9544675-1-1

densité spectrale de bruit (b en watts/Hertz) :

$$\boxed{b = \frac{B}{\Delta f} = k.T}$$

Plus généralement on se contente, la constante de Boltzmann étant connue, de caractériser un bruit par sa *température équivalente de bruit* (T_B en degrés Kelvin) **:**

$$\boxed{T_B = \frac{b}{k} = \frac{B}{k\ \Delta f}}$$

La notion de température de bruit s'est étendue aux bruits d'origine non thermique. Elle est en effet assez pratique et applicable à tous les bruits uniformément répartis en fréquence.

5 NOTION DE TEMPÉRATURE ADDITIONNELLE

5.1 GAIN ET BANDE PASSANTE D'UN AMPLIFICATEUR

5.1.1 Gain

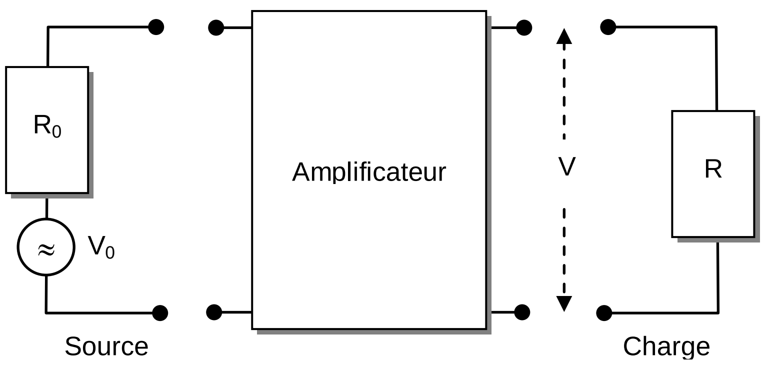
Un amplificateur peut être considéré comme un quadripôle, relié à une source de tension à laquelle il prélève de l'énergie, et débitant dans une charge à laquelle il fournit de l'énergie. La définition du gain en puissance de l'amplificateur peut prendre plusieurs aspects. Une première définition est :

$$G = \frac{\text{puissance fournie à la charge}}{\text{puissance prélevée sur la source}}$$

Elle n'est pas significative quoique accessible à la mesure car elle dépend des conditions d'adaptation à l'entrée de l'amplificateur. En particulier, si l'adaptation à l'entrée n'est pas réalisée, l'amplificateur ne prélève pas toute la puissance disponible sur la source. Nous lui préférerons une définition plus générale :

$$G = \frac{\text{puissance fournie à la charge}}{\text{puissance maximale disponible sur la source}}$$

Soit d'après le schéma ci-après :



$$G = \frac{\overline{V^2}}{R} \cdot \frac{4\,R_o}{V_o^2}$$

ISBN : 978-2-9544675-1-1

Cette définition a l'avantage d'inclure les problèmes d'adaptation. Elle peut s'étendre aux quadripôles passifs, et il est facile de vérifier que :

- un quadripôle passif sans perte est de gain unitaire s'il est adapté côté source et côté charge ;
- tout quadripôle passif non adapté a un gain inférieur à l'unité.

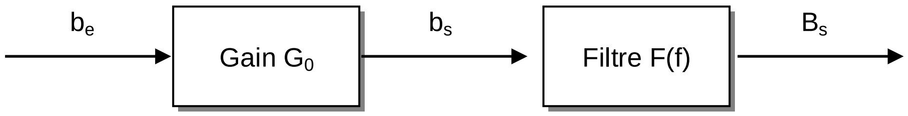
5.1.2 Bande passante équivalente

La réponse des amplificateurs dépend de la fréquence du signal car les circuits utilisés sont sélectifs. Si le gain G_0 de l'amplificateur est défini à la fréquence où il est maximal on peut écrire dans le domaine des fréquences :

$$G(f) = G_0 \left| F(f) \right|^2$$

expression dans laquelle $F(f)$ est la transmittance du système définie au chapitre 8 paragraphe 8. Son amplitude maximale est prise égale à 1.

Il est alors possible de séparer du point de vue des calculs, la fonction filtrage et la fonction amplification, en utilisant par exemple le schéma suivant :



La puissance de sortie après filtrage sera (cf. chapitre 9, paragraphe 2.2) :

$$B_s = b_s \int_0^{\infty} \left| F(f) \right|^2 df$$

On peut la comparer à la puissance en sortie d'un amplificateur théorique dont la transmittance est prise égale à *1* dans un intervalle ΔF et nulle ailleurs :

$$B_{so} = b_s \, \Delta F$$

Les deux amplificateurs sont équivalents du point de vue du bruit si $B_s = B_{so}$, d'où la bande passante équivalente de l'amplificateur :

$$\boxed{\Delta F = \int_0^{\infty} \left| F(f) \right|^2 df \ f}$$

Elle est en général assez proche de la bande passante à mi-puissance de l'amplificateur *(rapport 1 à 1,5 suivant le type de circuit).*

Cette bande passante équivalente fixe la relation entre la puissance et la densité spectrale de bruit dans l'amplificateur :

$$B = b \, \Delta F$$

Ce qui permettra par la suite de raisonner directement en densité spectrale de bruit ou mieux en température équivalente de bruit.

5.2 NOTION DE TEMPÉRATURE ADDITIONNELLE

Considérons un amplificateur réel de gain G, fermé en entrée et sortie sur ses charges d'utilisation, la densité spectrale de bruit disponible à l'entrée de l'amplificateur est

ISBN : 978-2-9544675-1-1

b_e (calculable), la densité spectrale de bruit fournie à la charge de sortie est :

$$b_s = \frac{B_s}{\Delta f}$$

Si l'amplificateur était parfait, c'est-à-dire si aucun bruit ne prenait naissance dans les éléments qui le composent, d'après la définition même du gain *G*, nous aurions :

$$b_s = G\ b_e$$

Dans le cas des amplificateurs réels on constate en général que $b_s > G\ b_e$. Il existe donc un bruit engendré par l'amplificateur lui-même dont la densité spectrale ramenée à la sortie de l'amplificateur est :

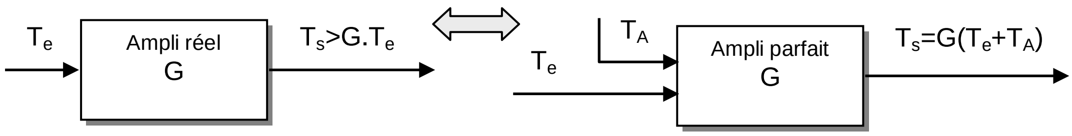
$$\Delta b = b_s - G\ b_e$$

Ce bruit est caractéristique de l'amplificateur lui-même tant que l'on peut considérer que celui-ci fonctionne en régime linéaire et donc que son signal de sortie est la somme des signaux dus aux différentes sollicitations auxquelles il est soumis.

Une convention couramment admise pour chiffrer ce bruit additionnel est la suivante :

- un amplificateur réel est équivalent à un amplificateur parfait soumis à son entrée à une source additionnelle de bruit ;
- les bruits sont définis par leurs températures équivalentes de bruit $T = b / k$.

Ce qui est explicité sur le schéma suivant :



L'amplificateur parfait devra avoir le même gain G que l'amplificateur réel, la température de bruit T_S est identique à la sortie des deux amplificateurs. Dans le cas de l'amplificateur parfait nous pouvons écrire :

$$T_s = G\ (T_e + T_A)$$

D'où la température équivalente de la source additionnelle de bruit ou température additionnelle de bruit de l'amplificateur :

$$\boxed{T_A = \frac{T_s - G\ T_e}{G}}$$

On peut remplacer un amplificateur réel par un amplificateur parfait, à condition de placer à son entrée une source additionnelle de bruit de température équivalente T_A *température additionnelle de l'amplificateur.*

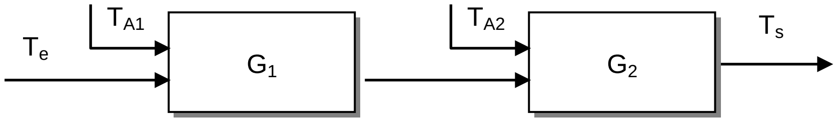
T_A ne dépend que des conditions de fonctionnement de l'amplificateur et non du signal à l'entrée. T_A, G et la bande passante équivalente ΔF caractérisent entièrement un amplificateur.

ISBN : 978-2-9544675-1-1

5.3 AMPLIFICATEURS EN CASCADE TEMPÉRATURE DE BRUIT D'UN RÉCEPTEUR

Lorsque plusieurs amplificateurs sont en cascade, la contribution de chacun d'eux au bruit final du récepteur dépend de sa place dans la chaîne de réception. Nous allons démontrer dans le cas de deux amplificateurs en série une relation que nous généraliserons.

Soient deux amplificateurs 1 et 2 caractérisés chacun par leurs températures additionnelles de bruit T_{A1} et T_{A2} et leurs gains G_1 et G_2. Soit T_e la température de bruit à l'entrée du récepteur.



On peut substituer à ces amplificateurs un amplificateur unique équivalent de gain G et de température additionnelle T_A à condition de remplir les conditions suivantes :

- signal utile amplifié de manière identique, ce qui entraîne :

$$G = G_1 G_2$$

- température équivalente de bruit inchangée en sortie pour une même température de bruit à l'entrée, ce qui entraîne :

$$T_s = (T_A + T_e)\, G = T_e\, G_1 G_2 + T_{A1}\, G_1 G_2 + T_{A2}\, G_2$$

soit :

$$T_A = T_{A1} + \frac{T_{A2}}{G_1}$$

On notera au passage que T_A ne dépend pas de T_e ce qui confirme les conclusions précédentes.

La relation précédente se généralise pour le cas de plusieurs amplificateurs en cascade par :

$$\boxed{T_A = T_{A1} + \frac{T_{A2}}{G_1} + \frac{T_{A3}}{G_1\, G_2} + \frac{T_{A4}}{G_1\, G_2\, G_3} \ldots\ldots}$$

Il est intéressant de remarquer que si le gain du premier étage est grand, les autres termes deviennent petits devant T_{A1}, les étages placés après le premier n'ont alors pratiquement pas de participation à la formation du bruit total.

On peut en résumé dire que dans un amplificateur classique la presque totalité du bruit provient du premier étage.

ISBN : 978-2-9544675-1-1

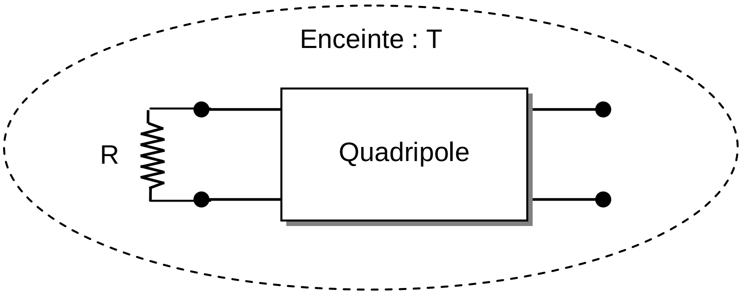
5.4 TEMPÉRATURE ADDITIONNELLE DE BRUIT D'UN QUADRIPÔLE PASSIF

Un quadripôle passif *(guide d'onde, ligne, atténuateur, réseau...)* est caractérisé comme un amplificateur par son gain G et sa bande passante équivalente ΔF. Le gain du quadripôle passif étant inférieur à l'unité on lui substitue en pratique, le coefficient de perte $L = 1/G$.

En se reportant à la définition du gain G, on notera que L est le rapport entre la puissance maximale disponible aux bornes de la résistance d'entrée et la puissance délivrée à la charge en sortie du quadripôle.

Dans le cas particulier du quadripôle passif, on ne s'intéresse qu'à la perte due à la dissipation d'énergie dans le quadripôle donc à sa perte dans le cas où il est adapté à son entrée et à sa sortie. En particulier, la puissance délivrée à la charge est alors égale à la puissance maximale disponible aux bornes de sortie du quadripôle.

Considérons un quadripôle passif, fermé sur sa charge adaptée : R, et placé dans une enceinte portée à la température T (degrés Kelvin).



La puissance maximale de bruit, disponible aux bornes de la charge adaptée R est, dans la bande ΔF :

$$B_e = k\,T\,\Delta F$$

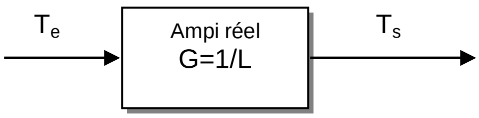
La puissance maximale de bruit disponible à la sortie du quadripôle est également, dans la bande ΔF :

$$B_s = k\,T\,\Delta F$$

car l'ensemble quadripôle plus charge adaptée se comporte comme un dipôle résistif porté à la température T. On a donc $B_e = B_s$, et le quadripôle se comporte comme un amplificateur de gain $G = 1/L$ tel que les températures équivalentes de bruit à l'entrée et à la sortie de cet amplificateur, soient :

$$T_e = \frac{B_e}{k\,\Delta F} \quad \text{et : } T_s = \frac{B_s}{k\,\Delta F}$$

$$T_e = T_s = T$$

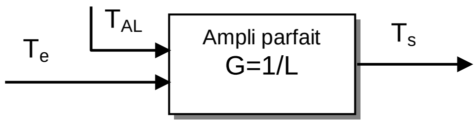


L est la perte introduite par le quadripôle sur tout signal qui le traverse, en particulier sur le bruit issu de la charge d'entrée, qui, si le quadripôle était un amplificateur parfait devrait avoir en sortie la valeur :

ISBN : 978-2-9544675-1-1

$$B'_s = \frac{B_e}{L}$$

La différence est engendrée dans le quadripôle lui-même, et on peut calculer comme en 5.2 la température de bruit additionnelle du quadripôle.



L'amplificateur parfait répond à la relation :

$$T_s = \left(T_e + T_{AL}\right)G = \frac{T_e + T_{AL}}{L}$$

$$T_{AL} = LT_s - T_e$$

et comme :

$$T_s = T_e = T$$

$$\boxed{T_{AL} = T\,(L - 1)}$$

T_{AL} représente le bruit engendré dans le quadripôle. Celui-ci étant passif, ce bruit ne dépend que de la température du quadripôle. Cet aspect est important dans le cas des lignes ou guides placés en atmosphère chaude.

Nota :

- En absence de précisions particulières on prendra comme température de référence $T_o = 290°K$.
- L est en pratique comptée en décibels $L_{dB} = 10\ Log(L)$; il ne faut pas oublier de convertir les décibels en coefficient avant application dans la relation précédente.

5.5 TEMPÉRATURE ADDITIONNELLE DE BRUIT D'UN MÉLANGEUR

Les étages mélangeurs (cf. chapitre 3) comportent des éléments actifs non linéaires (cristaux, diodes à pointe, diodes Schottky) sollicités par le signal utile sous l'effet d'un oscillateur local.

Du point de vue du signal utile, un mélangeur est caractérisé par sa porte de conversion L_c, comprise entre 6 et 8 dB.

$$L_c = \frac{\text{Puissance du signal à l'entrée du mélangeur}}{\text{Puissance du signal à la sortie du mélangeur}}$$

C'est le rapport de la puissance du signal hyperfréquence attaquant le mélangeur à la puissance qu'il restitue en moyenne fréquence.

Au plan du bruit, outre le bruit des éléments passifs, viendront s'ajouter le bruit de l'élément actif, le bruit de « fuite » de l'oscillateur local et certains bruits externes.

Un mélangeur n'est donc pas un quadripôle passif ; le bruit du mélangeur dépend de l'élément actif qu'il comporte et de sa structure. En pratique, on chiffre le bruit d'un mélangeur de la manière suivante :

ISBN : 978-2-9544675-1-1

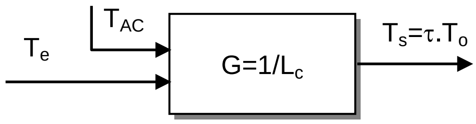
- Le mélangeur est fermé sur sa charge d'utilisation et l'ensemble est porté à la température normale de fonctionnement : T.

- La puissance de bruit en sortie du mélangeur peut être mesurée *(directement ou indirectement)* et on en déduit la température équivalente de bruit en sortie du mélangeur : T_S.
- Le mélangeur est caractérisé par le rapport :

$$\boxed{\tau = \frac{T_s}{T}}$$

τ est une fonction de T : cette valeur est en pratique donnée pour une température de référence $T = T_o = 290°K$ (17° centigrades) qui correspond à sa condition moyenne d'utilisation.

On peut dans ces conditions calculer la température additionnelle de bruit du mélangeur :



$$T_s = \tau T_0 = G \cdot \left(T_0 + T_{AC}\right) = \frac{T_0 + T_{AC}}{L_c}$$

d'où :

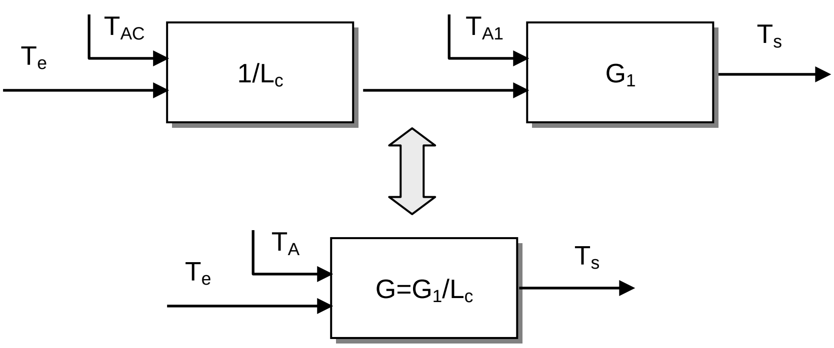
$$\boxed{T_{AC} = T_o \cdot \left(\tau L_c - 1\right)}$$

Les valeurs typiques de τ sont comprises entre 1,2 et 2.

5.6 ASSOCIATION D'UN MÉLANGEUR ET D'UN ÉTAGE MOYENNE FRÉQUENCE

Un mélangeur se comporte vis-à-vis du bruit comme un amplificateur parfait de gain $1/L_c$ et de température additionnelle T_{AC}.

Il est suivi d'un étage amplificateur en moyenne fréquence de gain G_1 et de température additionnelle T_{A1}.



ISBN : 978-2-9544675-1-1

Cherchons la température additionnelle de bruit de l'amplificateur équivalent et pour cela appliquons la relation de l'amplificateur parfait aux deux schémas ci-dessus, il vient :

$$T_s = T_e \frac{G_1}{L_c} + T_{AC} \frac{G_1}{L_c} + T_{A1}\, G_1 = T_e \frac{G_1}{L_c} + T_A \frac{G_1}{L_c}$$

d'où :

$$\boxed{T_A = T_{AC} + L_c\, T_{A1}}$$

Cette relation est à rapprocher de celle des amplificateurs en cascade. C'est d'ailleurs exactement la même si on définit un gain de conversion du mélangeur :

$$G_c = \frac{1}{L_c}$$

On a toujours :

$$T_{AC} = (\tau\, L_c - 1)\, T_o$$

Dans les cas courants, on rencontre les valeurs suivantes :

$$\tau = 1{,}4 \quad L_c = 4 \quad T_o = 290°K \quad T_{A1} = 200°K$$

Calculons T_{AC} et T_A :

$$T_{AC} = (1{,}4 \times 4 - 1) \cdot 290 = 1334°K$$

$$T_A = 1334 + 200 \cdot 4 = 2134°K$$

On voit dans ce cas que la contribution du 1er étage moyenne fréquence est importante.

La qualité d'une chaîne superhétérodyne dépend donc autant de l'amplificateur moyenne fréquence que du mélangeur lui-même.

6 TEMPÉRATURE DE BRUIT TOTALE D'UNE CHAÎNE DE RÉCEPTION

Nous avons étudié dans les paragraphes précédents la contribution des différents étages du récepteur au bruit du radar. Pour caractériser complètement le bruit du radar, il nous faut maintenant définir les sources de bruit placées devant le récepteur.

La première chose à faire est donc de *définir où commence le récepteur*, ce que nous ferons arbitrairement de la manière suivante :

Les notions développées précédemment permettent de calculer la température additionnelle de bruit de tous les éléments actifs d'une chaîne de réception. Nous choisirons donc ***comme point de référence l'entrée du premier élément actif de la chaîne.***

La connaissance des caractéristiques des éléments qui la composent permet d'évaluer la température additionnelle T_A de l'ensemble.

Il reste à définir la température équivalente de bruit de l'ensemble de la chaîne amont ou température d'entrée T_e.

Ce bruit d'entrée est la somme :

- du bruit capté par l'aérien ;
- du bruit engendré dans les liaisons et circuits hyperfréquences (joint-tournant, guides, circuit de commutation émission réception...).

ISBN : 978-2-9544675-1-1

6.1 BRUIT PRODUIT PAR UN AÉRIEN

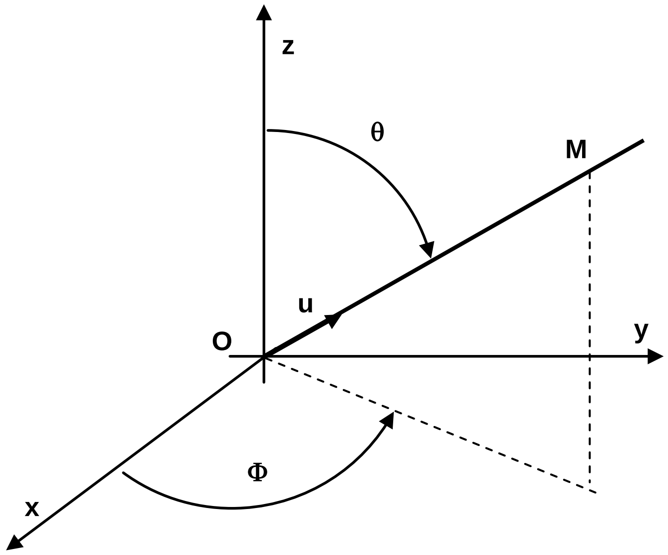
Le bruit de l'aérien est en grande partie d'origine extérieure, il provient en effet des bruits captés par l'aérien sur le sol, dans l'atmosphère, et également du bruit cosmique. Le bruit de l'aérien impose une limite à la sensibilité du radar car c'est le seul que l'on ne peut éliminer facilement.

On parvient à diminuer considérablement ce bruit en améliorant l'aérien du point de vue des lobes secondaires ; on obtient aussi des aériens à faible température appelés antennes froides.

En effet, un aérien capte les sources extérieures de bruit, comme les autres signaux, en fonction de son gain, et la température équivalente du bruit capté par l'aérien est de la forme :

$$T_{ANT} = \frac{\int T_x(\theta, \Phi)\, G(\theta, \Phi)\, d\Omega}{\int G(\theta, \Phi)\, d\Omega}$$

θ et Φ définissent une direction de visée par rapport à un trièdre fixe de référence.



Dans le cas de la figure, $d\Omega$ (angle solide) est donné par la relation :

$$d\Omega = \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\Phi$$

La relation donnant T_{ANT} exprime la moyenne pondérée de la température de rayonnement du milieu extérieur multipliée par le gain G de l'aérien mesuré en un point de référence quelconque.

Le point de référence choisi en pratique correspond à l'endroit où est regroupée l'énergie captée par l'aérien, soit à la « sortie » de celui-ci.

T_x sera donc la température de rayonnement T_r de l'objet éclairé par l'aérien et vue à travers un milieu de perte totale L_x (perte atmosphérique plus perte dans le regroupement de l'énergie) porté à la température moyenne T_m.

On écrira donc (cf. paragraphe 6.2 ci-après) :

$$T_x = \frac{T_r}{L_x} + \frac{T_m\,(L_x - 1)}{L_x}$$

ISBN : 978-2-9544675-1-1

T_r varie suivant la direction de visée ; variable dans la direction du ciel (négligeable à 3 000 MHz, 10° à 1 000 MHz, 20° à 500 MHz, 10 000° à 10 MHz), pratiquement égale à la température du milieu dans la direction du sol (≅ 290 °K). D'où une variation corrélative de T_x, par exemple si :

$$L_x = 2 \text{ dB } (1{,}6) \; ; \; T_m = 290°K \; ; \; T_r \text{ (ciel)} = 10°K \; ; \; T_r \text{ (sol)} = 290°K$$

dans la direction du sol $T_x = 290°K$ et dans la direction du ciel $T_x \cong 120°K$.

Une antenne froide devra donc posséder des lobes secondaires faibles dans la direction du sol, et des pertes de regroupement minimales (réduction de L_x). Il va de soi que la température de bruit d'une antenne dépendra de ses conditions d'utilisation, et de la longueur d'onde utilisée.

La température de bruit mesurée à la sortie d'un aérien est de l'ordre de 200°K pour une antenne ordinaire et peut descendre à 100°K pour une antenne froide, dans le domaine des ondes décimétriques. Elle peut dépasser 10 000°K dans le domaine des ondes décamétriques.

6.2 BRUIT DES LIAISONS – TEMPÉRATURE D'ENTRÉE

A partir de l'antenne où est collectée l'énergie, le signal et le bruit sont canalisés dans des éléments passifs qui présentent une perte L (au total).

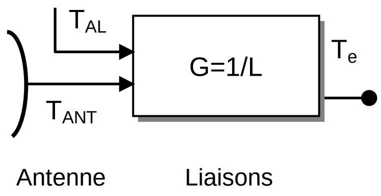
Nous avons vu que la température additionnelle de bruit d'une liaison adaptée de perte L s'écrit :

$$T_{AL} = T(L - 1)$$

où T est la température ambiante.

C'est-à-dire qu'un élément de perte L est équivalent à un amplificateur parfait de gain $G = 1/L$ précédé d'une source de bruit de température de bruit T_{AL}.

Le schéma équivalent antenne et liaisons hyperfréquences en série est alors :



d'où la valeur de T_e, qui représente la température équivalente de bruit à l'entrée du récepteur :

$$T_e = \left(T_{ANT} + T_{AL}\right) \cdot G = \frac{T_{ANT}}{L} + \frac{T_{AL}}{L}$$

$$\boxed{T_e = \frac{T_{ANT}}{L} + T\left(\frac{L-1}{L}\right)}$$

Exemple : $T_{ANT} = 150°K$; $L = 2$ dB (1,6) ; $T = 290°K = T_o$

$$T_e = \frac{150}{1{,}6} + \frac{290 \times 0{,}6}{1{,}6} = 202° \text{ K}$$

Dans certains cas, on pose par simplification $T_e = 290°K$, ce qui n'est qu'une première approximation valable uniquement dans le cas où $T_{ANT} \# T \# 290°K$.

ISBN : 978-2-9544675-1-1

6.3 TEMPÉRATURE TOTALE DE BRUIT D'UNE CHAÎNE DE RÉCEPTION RADAR

Afin de résumer tous les résultats précédents, nous allons constituer deux chaînes type :

6.3.1 Mélangeur en tête de chaîne

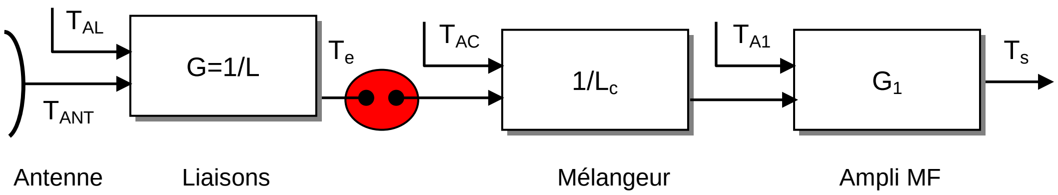
La chaîne ci-dessous est équivalente à un amplificateur parfait soumis à deux sources de bruit :

$$T_e = \frac{T_{ANT}}{L} + T_0 \cdot \left(\frac{L-1}{L}\right)$$

en provenance de l'aérien et présente au ***point de référence* : entrée du 1^er^ élément actif :**

$$T_A = T_{AC} + T_{A1} \cdot L_c$$

température additionnelle de bruit de la partie active de la chaîne de réception.



La température équivalente du bruit entrant dans cet amplificateur parfait, ou température totale de bruit au point de référence est alors :

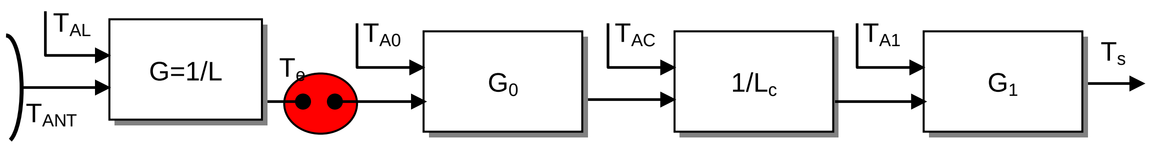
$$T_B = T_e + T_A$$

soit :

$$\boxed{T_B = \frac{T_{ANT}}{L} + T_0 \cdot \left(\frac{L-1}{L}\right) + T_{AC} + T_{A1} \cdot L_c}$$

6.3.2 Amplificateur hyperfréquence en tête de chaîne

Dans ce cas le schéma devient :



D'où :

$$T_A = T_{A0} + \frac{T_{AC}}{G_0} + \frac{T_{A1} \cdot L_c}{G_0}$$

$$T_B = T_e + T_A :$$

$$\boxed{T_B = \frac{T_{ANT}}{L} + T_0 \cdot \left(\frac{L-1}{L}\right) + T_{A0} + \frac{T_{AC}}{G_0} + \frac{T_{A1} \cdot L_c}{G_0}}$$

On trouve ici l'intérêt d'utiliser un amplificateur hyperfréquence pour masquer le bruit du reste de la chaîne, qui pour être efficace, devra posséder une température additionnelle (T_{A0}) faible, et un gain (G_0) élevé. Son emploi est aujourd'hui généralisé compte tenu des performances des amplificateurs à transistor.

ISBN : 978-2-9544675-1-1

6.4 CAS DES ANTENNES ACTIVES

Les antennes actives ont ceci de particulier qu'elles incluent les premiers étages de réception du radar, leur comportement est donc particulier. Après avoir rappelé la construction du gain dans une antenne réseau, nous utiliserons ce résultat pour établir le gain et la température de bruit d'une antenne active.

6.4.1 Gain d'un réseau passif

Un réseau rassemble les signaux issus des différents capteurs qui la composent en conférant à chacun d'eux *un gain complexe, par rapport au signal global fourni au réseau* :

$$g_i = \alpha_i \exp\{ j\, \varphi_i \}$$

où α_i est une constante de construction et φ_i une fonction de la direction visée (θ , ϕ) définie au paragraphe 6.1.

Une antenne passive sans perte étant réciproque, on peut écrire à l'émission que la somme des puissances appliquées à chacune des sources est égale à la puissance totale délivrée à l'antenne, soit pour n sources :

$$P_T = \sum_1^n P_i = \sum_1^n P_T \left| g_i \right|^2$$

ce qui entraîne :

$$\boxed{\sum_1^n \left| g_i \right|^2 = 1}$$

Cette condition étant établie, on écrira le gain en champ du réseau :

$$g(\theta , \Phi) = \Sigma\, g_i(\theta , \Phi)$$

Soit en tenant compte du gain en puissance de chacune des sources élémentaires : $G_e(\theta,\Phi)$ un gain en puissance global :

$$\boxed{G(\theta,\Phi) = \left| \sum_1^n g_i(\theta,\Phi) \right|^2 \cdot G_e(\theta,\Phi)}$$

6.4.2 Gain d'une antenne active

Par rapport à la définition précédente, l'antenne active introduit sur chacune des voies un gain lié au module actif G_{Mi}, l'expression de son gain devient alors :

$$G_{actif} = \left| \sum_1^n \sqrt{G_{Mi}}\, g_i(\theta,\Phi) \right|^2 \cdot G_e(\theta,\Phi)$$

et en particulier lorsque tous les G_{Mi} sont égaux à G_M :

$$\boxed{G_{actif} = G_M \cdot G(\theta,\Phi)}$$

6.4.3 Bruit externe capté par un réseau

La relation du paragraphe 6.1 appliquée à une source d'un réseau de gain élémentaire $G_e(\theta,\Phi)$ permet d'écrire la température de bruit captée par cette source :

ISBN : 978-2-9544675-1-1

$$T_s = \frac{\int T_x(\theta,\Phi)\, G_e(\theta,\Phi)\cdot d\Omega}{\int G_e(\theta,\Phi)\cdot d\Omega}$$

Or, au chapitre 5 paragraphe 3.2, l'expression proposée pour exprimer la directivité d'une antenne est telle que l'on peut écrire si $G(\theta,\Phi) = D(\theta,\Phi)$:

$$\int G(\theta,\Phi)\cdot d\Omega = 4\pi$$

d'où une seconde forme de l'expression :

$$T_s = \frac{1}{4\pi}\int T_x(\theta,\Phi)\cdot G_e(\theta,\Phi)\cdot d\Omega$$

à laquelle correspond une densité de température de bruit capté par la source dans la direction (θ , ϕ) :

$$\delta T_s = \frac{1}{4\pi} T_x(\theta,\Phi)\cdot G_e(\theta,\Phi)\cdot d\Omega$$

Les bruits externes perçus par les différentes sources du réseau sont cohérents entre eux, d'où l'amplitude totale du bruit capté par le réseau dans la direction (θ , Φ) :

$$\eta(\theta,\Phi) = \eta_s(\theta,\Phi)\sum_1^n g_i$$

et la densité de température de bruit correspondante :

$$\delta T_{ext} = \delta T_s(\theta,\Phi)\left|\sum_1^n g_i\right|^2$$

$$\delta T_{ext} = \frac{1}{4\pi}\cdot T_x(\theta,\Phi)\cdot G_e(\theta,\Phi)\cdot\left|\sum_1^n g_i\right|^2 d\Omega$$

et la température totale du bruit externe capté par le réseau :

$$\boxed{T_{ext} = \frac{1}{4\pi}\int T_x(\theta,\Phi)\cdot G_e(\theta,\Phi)\cdot\left|\sum_1^n g_i\right|^2 d\Omega}$$

Dans le cas d'un réseau passif :

$$G_e(\theta,\Phi)\sum_1^n |g_i|^2 = G(\theta,\Phi)$$

est le gain de l'antenne et on retrouve la relation du paragraphe 6.1 :

$$\boxed{T_{ext} = T_{ant} = \frac{1}{4\pi}\int T_x(\theta,\Phi)\cdot G(\theta,\Phi)\cdot d\Omega}$$

Dans le cas d'une antenne active ;

chaque voie a en outre un gain global $g_M = (G_M)^{1/2}$ dû à l'amplificateur lié à chacune des sources. Il en résulte pour les seuls bruits extérieurs une température d'antenne :

ISBN : 978-2-9544675-1-1

$$G_e(\theta,\Phi)\cdot\left|\sum_1^n \sqrt{G_M}\cdot g_i(\theta,\Phi)\right|^2 = G_M\cdot G_e\cdot\left|\sum_1^n g_i\right|^2 = G_M\cdot G(\theta\,,\,\Phi)$$

$$\boxed{T_{ext} = \frac{G_M}{4\pi}\int T_x(\theta,\Phi)\cdot G\,(\theta,\Phi)\cdot d\Omega = G_M\cdot T_{ant}}$$

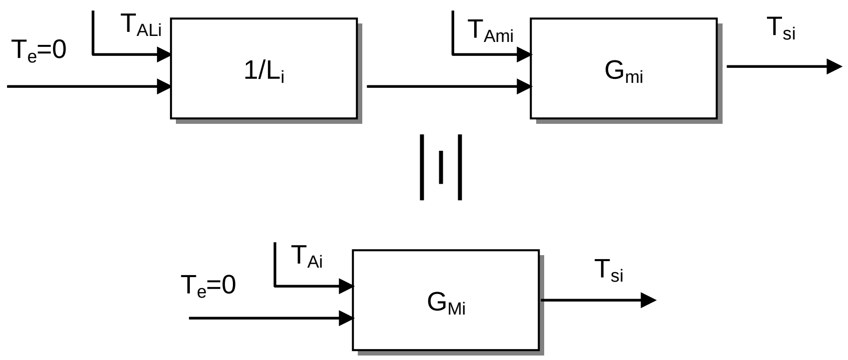
dans tous les cas pratiques où les gains des différents amplificateurs sont égaux, selon la définition du gain du paragraphe 6.4.2.

L'antenne active se conduit bien pour les bruits extérieurs comme une antenne de gain :

$$G_{actif} = G_M\cdot G\,(\theta\,,\Phi)$$

6.4.4 Bruit interne d'un réseau actif

Chaque branche d'un réseau actif, peut être considérée comme une ligne à perte suivie d'un récepteur masquant les pertes ohmiques de recombinaison du réseau dès que son gain est suffisant.



Le bruit à la sortie de chacune de ces voies sera si on ne tient compte que des sources internes de bruit (T_e = 0),

$$T_{si} = \left(T_o\,\frac{(L_i-1)}{L_i} + T_{Ami}\right)\,G_{mi} = T_{Ai}\,G_{Mi}$$

et le bruit total recueilli par l'antenne en considérant ces bruits élémentaires comme indépendants donc s'additionnant en puissance :

$$T_{int} = \sum_1^n T_{si}\left|\,g_i\,\right|^2 = \sum_1^n\; T_{Ai}\cdot G_{Mi}\cdot\left|\,g_i\,\right|^2$$

et dans le cas particulier où tous les amplificateurs ont le même gain et la même température additionnelle :

$$\boxed{T_{int} = T_A\;G_M}$$

car par définition (Cf. & 6.4.1) :

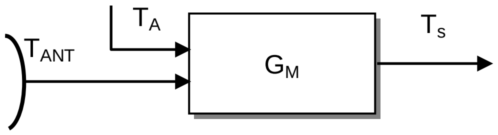
$$\sum_1^n\left|\,g_i\,\right|^2 = 1$$

ISBN : 978-2-9544675-1-1

d'où la température totale de bruit à la sortie d'une antenne active :

$$\boxed{T_{ACTIVE} = T_{ext} + T_{int} = \left(T_{ANT} + T_A\right) G_M}$$

Elle est égale à la température de bruit à la sortie d'un amplificateur unique de même gain G_M placé après un réseau passif de gain $G = |\Sigma g_i|^2.G_e$:



$$T_s = \left(T_{ANT} + T_A\right) G_M$$

Ainsi une antenne active se comporte globalement comme une antenne passive (sans perte ohmique de recombinaison) de même loi d'éclairement, associée à un amplificateur unique de gain G_M. On notera en outre que la structure de recombinaison permet une tolérance sur la qualité des amplificateurs affectés d'un faible g_i.

7 RAPPORT SIGNAL SUR BRUIT

Il existe deux catégories de récepteurs qui diffèrent non par leur conception mais par leur utilisation :

- les récepteurs où l'on traite de très forts signaux et où les bruits divers étudiés ici sont négligeables ;
- les récepteurs où l'on cherche à traiter des signaux très petits de l'ordre de grandeur du bruit.

Les récepteurs radars font partie de la seconde catégorie et on voit que dans ce cas le bruit joue un rôle important dans la qualité du traitement de l'information.

Plaçons nous au point de référence, soit à l'entrée du 1er élément actif

Si S_A est la puissance crête du signal reçu par l'antenne (nous étudierons dans un autre chapitre le moyen de calculer S_A) la puissance crête du signal au niveau du point de référence est $S = S_A/L$ car ce signal est atténué dans le rapport L par les éléments hyperfréquences.

Nous appellerons rapport signal sur bruit le rapport calculé au point de référence.

$$\frac{S}{B} = \frac{\text{puissance crête du signal au point de référence}}{\text{puissance moyenne du bruit au point de référence}}$$

B est alors égal à $kT_B\ \Delta F$, relation où T_B est la température totale du radar au point de référence et ΔF la bande passante équivalente du récepteur. Toute la chaîne est considérée ensuite comme un amplificateur parfait, c'est-à-dire que S/B ne varie plus. Le rapport :

$$\frac{S}{B} = \frac{S}{kT_B \Delta F}$$

caractérise la qualité de la détection radar.

En réalité, le problème est plus complexe, car la puissance crête du signal peut être altérée par le filtrage.

ISBN : 978-2-9544675-1-1

Il en résulte que S/B dépend doublement de ΔF et que pour avoir un rapport S/B maximum, il faut adapter ΔF au signal que l'on veut recevoir :

- pour un signal long il faudra prendre ΔF petit ;
- pour un signal court un grand ΔF ;
- ΔF est inversement proportionnel à la durée du signal final qui sera traité dans le radar.

On préfère donc souvent utiliser en radar *un rapport signal à bruit énergétique***,**

$$\frac{E}{b} = \frac{\text{énergie du signal reçu au point de référence}}{\text{densité spectrale du bruit au point de référence}}$$

qui est un rapport indépendant de ΔF.

On démontrera que E/b est toujours plus grand ou égal à S/B et que le rapport

$$\frac{S/B}{E/b} = \eta$$

est caractéristique du rendement énergétique du filtrage effectué par le récepteur.

8 FACTEUR DE BRUIT

8.1 FACTEUR DE BRUIT D'UN RADAR

On convient souvent de ramener la température de bruit d'un radar à la température de référence $T_o = 290°K$ et on appelle F le rapport :

$$\boxed{F = \frac{T_B}{T_0} = \frac{T_e + T_A}{T_0}}$$

ce qui amène :

$$b = F \cdot kT_o$$

F est donc le nombre par lequel il faut multiplier kT_o pour trouver la densité spectrale de bruit du radar.

8.2 FACTEUR DE BRUIT D'UN RÉCEPTEUR : F_{re}

Soit un récepteur de gain G engendrant à sa sortie une puissance de bruit B_S et l'amplificateur parfait de même gain branché à la même entrée.

On appelle facteur de bruit F d'un amplificateur le rapport entre la puissance de bruit B_S à la sortie de l'amplificateur réel et la puissance de bruit à la sortie de l'amplificateur parfait équivalent.

Nous savons que la puissance de bruit à la sortie d'un amplificateur parfait est $B_S = G.B_e$ (B_e : puissance disponible de bruit à l'entrée du récepteur), d'où :

$$F_{re} = \frac{B_s}{G \cdot B_e} = \frac{T_s}{G \cdot T_e}$$

car :

$$B = k \cdot T \cdot \Delta F$$

Nous avions précédemment calculé T_S en utilisant un invariant de l'amplificateur qui est sa température additionnelle T_A (voir paragraphe 5.2), ce qui donne :

ISBN : 978-2-9544675-1-1

$$T_s = G \cdot (T_e + T_A)$$

soit :

$$\boxed{F_{re} = \frac{T_e + T_A}{T_e}}$$

Nous voyons que le facteur de bruit n'est pas un invariant et qu'il dépend de la température de bruit à l'entrée du récepteur.

8.3 TROISIÈME DÉFINITION DU FACTEUR DE BRUIT

Le facteur de bruit d'un récepteur est égal au rapport des rapports signal sur bruit S/B à l'entrée et à la sortie du récepteur.

$$F = \frac{(S/B)_e}{(S/B)_s}$$

Cette définition est équivalente à la précédente car si S_e est le signal à l'entrée du récepteur le rapport signal/bruit à l'entrée du récepteur s'écrit :

$$(S/B)_e = \frac{S_e}{k \cdot T_e \cdot \Delta F}$$

Par ailleurs, le signal à la sortie du récepteur est : $S_s = G\,S_e$ et la puissance de bruit :

$$B_s = k\Delta F \cdot (T_e + T_A) \cdot G$$

d'où :

$$(S/B)_s = \frac{S_e \cdot G}{k\Delta F \cdot (T_e + T_A) \cdot G} = \frac{S_e}{k\Delta F \cdot (T_e + T_A)}$$

soit :

$$F_{re} = \frac{(S/B)_e}{(S/B)_s} = \frac{T_e + T_A}{T_e}$$

à condition que le filtrage (ΔF) ne déforme pas le signal S_e.

8.4 FACTEUR DE BRUIT « NORMALISÉ » D'UN RÉCEPTEUR

C'est, par définition, la valeur F_o que prend F_{re} lorsque la mesure du facteur de bruit est faite dans des conditions telles que la température de bruit à l'entrée du récepteur est prise égale à

$$T_e = T_o = 290°K$$

température de référence :

$$\boxed{F_0 = \frac{T_0 + T_A}{T_0} = \frac{290 + T_A}{290}}$$

Nous remarquons que le facteur de bruit d'un radar est égal à : $F = \dfrac{T_e + T_A}{290}$

Lorsque T_e, température de bruit délivrée par l'antenne et les circuits hyperfréquences du récepteur, est proche de T_0 et/ou lorsque $T_A >> T_e$ on peut écrire $F \cong F_o$, mais seulement dans ces cas.

ISBN : 978-2-9544675-1-1

8.5 FACTEUR DE BRUIT D'UNE CHAINE D'AMPLIFICATEURS

Nous savons que la température additionnelle T_A d'une chaîne d'amplificateurs est égale à :

$$T_A = T_{A1} + \frac{T_{A2}}{G_1} + \frac{T_{A3}}{G_1 \cdot G_2} + \frac{T_{A4}}{G_1 \cdot G_2 \cdot G_3}$$

Plaçons-nous dans le cas normalisé où le bruit à l'entrée est de température équivalente T_o, et écrivons :

$$F_o = \frac{T_o + T_A}{T_o} = \frac{T_o + T_{A1}}{T_o} + \frac{T_{A2}}{T_o \cdot G_1} + \frac{T_{A3}}{T_o \cdot G_1 \cdot G_2} + \dots$$

$$\frac{T_o + T_{A1}}{T_o} = F_1$$

facteur de bruit du premier amplificateur. Par ailleurs :

$$\frac{T_{A2}}{T_o} = \frac{T_o + T_{A2}}{T_o} - 1 = F_2 - 1 \quad \text{etc.}$$

Où F_2 est facteur de bruit du second amplificateur. D'où :

$$\boxed{F_o = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 \cdot G_2} + \frac{F_4 - 1}{G_1 \cdot G_2 \cdot G_3}}$$

8.6 FACTEUR DE BRUIT D'UNE LIAISON ADAPTÉE

Nous nous plaçons dans le cas normalisé où la température à l'entrée est égale à T_0. La température additionnelle d'une liaison de perte L s'écrit :

$$T_{AL} = T\,(L - 1)$$

d'où :

$$F_L = \frac{T_0 + T_{AL}}{T_0} = \frac{T_0 + T(L-1)}{T_0}$$

expression qui se simplifie si $T \cong T_0$ ce qui est presque toujours vrai :

$$\boxed{F_L \cong L}$$

8.7 FACTEUR DE BRUIT D'UN MÉLANGEUR

La température additionnelle de bruit d'un mélangeur de perte de conversion L_c et de constante τ est :

$$T_{AC} = (\tau\, L_c - 1)\, T_o.$$

Nous pouvons donc écrire dans le cas où la température à l'entrée est prise égale à T_o :

$$F_c = \frac{T_o + T_{AC}}{T_o} = \frac{T_o + T_o\,(\tau\, L_c - 1)}{T_o}$$

soit :

$$\boxed{F_c = \tau\, L_c}$$

ISBN : 978-2-9544675-1-1

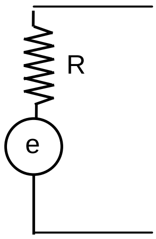
9 BRUIT DES RÉSEAUX PASSIFS

9.1 REPRESENTATION D'UNE RESISTANCE OHMIQUE NOTION DE RESISTANCE EQUIVALENTE

Nous avons vu au paragraphe 2 que toute résistance ohmique R portée à la température T engendre à ses bornes une tension efficace de bruit due à l'agitation thermique V_b telle que :

$$\overline{V_b^2} = 4R \cdot kT \cdot \Delta F$$

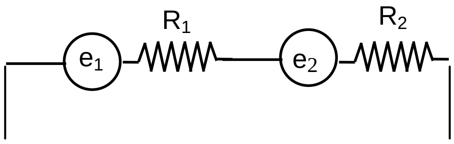
Une résistance ohmique peut donc être représentée par une source de tension de force électromotrice efficace $e = V_b$ en série avec la résistance R, comme le montre le schéma ci-dessous.



Dans les calculs qui suivront, il faudra bien se souvenir que la source de tension e et la résistance R sont physiquement confondues.

9.1.1 Résistances en série

Soient deux résistances R_1 et R_2, branchées en série et portées respectivement aux températures T_1 et T_2. Étant donné la nature aléatoire des force électromotrice e_1 et e_2 et l'absence de corrélation entre les deux sources de tension, la tension e aux bornes du dipôle représenté ci-après, répond à la relation :



$$e^2 = e_1^2 + e_2^2$$

les bruits des deux résistances s'additionnant « *en puissance* ». Nous pouvons donc écrire :

$$e^2 = 4\ k\ T_1\ R_1\ \Delta F + 4\ k\ T_2\ R_2\ \Delta F$$

$$e^2 = 4\ k\ \Delta F\ (T_1\ R_1 + T_2\ R_2)$$

Par ailleurs l'impédance interne du dipôle est :

$$R = R_1 + R_2$$

Ces expressions se simplifient dans le cas où $T_1 = T_2 = T$ en :

$$e^2 = 4\ k\ \Delta F\ T\ (R_1 + R_2)$$

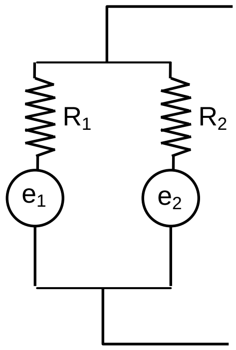
$$e^2 = 4\ R\ k\ T\ \Delta F$$

Le dipôle est alors équivalent à une résistance unique $R = R_1 + R_2$ portée à la température T.

ISBN : 978-2-9544675-1-1

9.1.2 Résistances en parallèle

Soient deux résistances R_1 et R_2, portées respectivement aux températures T_1 et T_2 et branchées en parallèle comme l'indique le schéma ci-après.



La résistance équivalente du dipôle représenté sur le schéma est :

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

La tension aux bornes du dipôle résultant de la seule action du générateur e_1 est :

$$e'_1 = e_1 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

De même, la tension aux bornes du dipôle résultant de la seule action du générateur e_2 est :

$$e'_2 = e_2 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Si nous retenons que ces deux tensions s'ajoutent quadratiquement, la tension aux bornes du dipôle répond à la relation :

$$e^2 = e'^2_1 + e'^2_2$$

$$= e_1^2 \frac{R_2^2}{(R_1 + R_2)^2} + e_2^2 \frac{R_1^2}{(R_1 + R_2)^2}$$

$$= 4k\ \Delta F \frac{T_1 R_1 R_2^2 + T_2 R_2 R_1^2}{(R_1 + R_2)^2}$$

$$= 4k\ \Delta F \frac{R_1\, R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_2 T_1 + R_1 T_2}{R_1 + R_2}$$

$$e^2 = 4k \cdot \Delta F \cdot R \cdot \frac{R_2 T_1 + R_1 T_2}{R_1 + R_2}$$

Cette expression se simplifie dans le cas où $T_1 = T_2 = T$ et devient :

$$e^2 = 4\ R\ k\ T\ \Delta F$$

Le dipôle est alors équivalent à une résistance unique

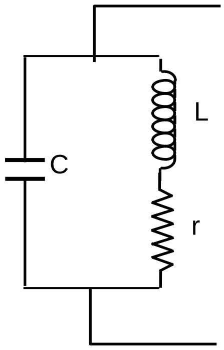
$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

portée à la température T.

ISBN : 978-2-9544675-1-1

9.1.3 Circuit oscillant

Les circuits passifs rencontrés dans la pratique ne sont pas uniquement résistifs, mais comprennent des selfs et des capacités. Pour étudier l'effet de la sélectivité de ces circuits, nous allons choisir le modèle classique du circuit oscillant.



r est la résistance ohmique de la self L. Calculons l'admittance Y du dipôle correspondant :

$$Y = \frac{I}{Z} = jC\omega + \frac{1}{jL\omega + r}$$

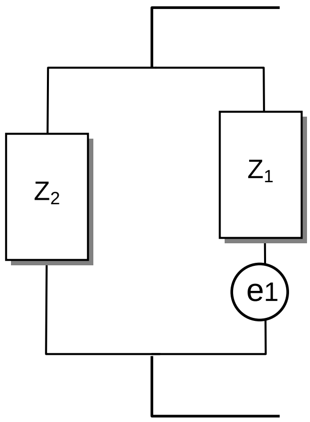
soit :

$$Y = \frac{r}{L^2\omega^2 + r^2} + j \cdot \left(C\omega - \frac{L\omega}{L^2\omega^2 + r^2} \right)$$

La fréquence d'accord de ce circuit est telle que la partie imaginaire de son admittance Y soit nulle. Il se réduit alors à une résistance équivalente R dont l'expression est :

$$R = \frac{L^2\omega_o^2 + r^2}{r}$$

Calculons maintenant la tension e de bruit aux bornes du dipôle, due à l'action de la résistance r. Le dipôle peut être représenté par le schéma suivant :



$$e_1^2 = 4r\,kT\Delta F$$

$$Z_1 = jL\omega + r$$

$$Z_2 = \frac{1}{jC\omega}$$

e_1 est la valeur efficace de la tension aux bornes du générateur fictif.

ISBN : 978-2-9544675-1-1

Si e est la valeur efficace de la tension aux bornes du dipôle, nous pouvons écrire :

$$e = e_1 \left| \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \right| = \frac{e_1}{|Z_1|} \cdot \left| \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \right|$$

À la pulsation d'accord ω_o du circuit :

$$|Z_1| = \sqrt{L^2 \omega_o^2 + r^2}$$

$$\left| \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \right| = R = \frac{L^2 \omega_o^2 + r^2}{r}$$

d'où :

$$e = \frac{e_1}{\sqrt{L^2 \omega_o^2 + r^2}} \cdot R$$

$$e^2 = 4k \cdot T \cdot \Delta F \cdot \frac{r}{L^2 \omega_o^2 + r^2} \cdot R^2$$

et comme :

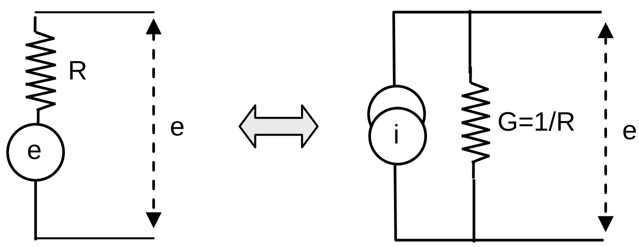
$$R = \frac{L^2 \omega_o^2 + r^2}{r}$$

$$e^2 = 4\ R\ k\ T\ \Delta F$$

Le dipôle est alors équivalent à une résistance unique R, résistance équivalente du circuit à l'accord, portée à la température T. Cette résistance R se compose avec les autres résistances ohmiques du circuit *(résistance de charge, résistance de fuite du condensateur)* suivant les règles précédemment établies.

9.1.4 Autre forme de schéma équivalent

Dans certains cas, on peut avoir intérêt pour les calculs à adopter pour une résistance ohmique, ou son équivalent, le schéma suivant :



Il suffit pour cela d'écrire :

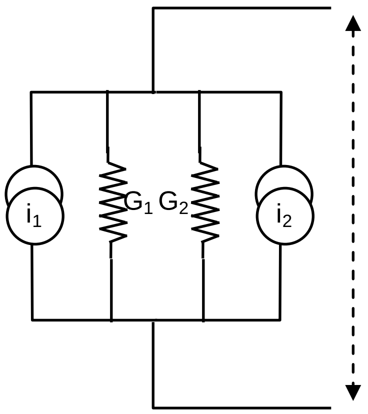
$$e^2 = 4k \cdot T \cdot R \cdot \Delta F = \frac{i^2}{G^2}$$

d'où :

$$i^2 = 4k\ T\ G\ \Delta F$$

ISBN : 978-2-9544675-1-1

Exemple : mise en parallèle de résistances :



$$e^2 = \frac{(i_1^2 + i_2^2)}{(G_1 + G_2)^2}$$

$$G_1 = \frac{1}{R_1} \quad \text{et} \quad G_2 = \frac{1}{R_2}$$

$$e^2 = \frac{4k \cdot T_1 \cdot \Delta F}{R_1}\left(\frac{R_2 \cdot R_1}{R_1 + R_2}\right)^2 + \frac{4k \cdot T_2 \cdot \Delta F}{R_2}\left(\frac{R_2 \cdot R_1}{R_1 + R_2}\right)^2$$

soit :

$$e^2 = 4k \cdot \Delta F \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}\left(\frac{R_2 T_1 + R_1 T_2}{R_1 + R_2}\right)$$

résultat déjà trouvé en 9.1.2

9.1.5 Conclusion

Tout réseau passif porté à la température T peut, du point de vue du bruit thermique, se réduire à *une résistance équivalente de bruit* R égale à son impédance à l'accord.

La fréquence d'accord est celle pour laquelle l'impédance du dipôle formé par le réseau est réelle, la sélectivité du réseau fixera sa bande passante équivalente ΔF (suivant 5.1).

Il est important de noter que toutes les résistances présentes dans un réseau passif sont des résistances ohmiques soumises à l'effet Johnson.

Dans les réseaux actifs apparaîtront des effets résistifs de nature différente : résistance d'entrée d'une diode, d'un transistor, etc., non soumises aux mêmes effets du point de vue du bruit car ce ne sont pas des résistances ohmiques.

9.2 FACTEUR DE BRUIT ET TEMPÉRATURE DE BRUIT D'UN DIPOLE RÉSISTIF

Considérons un générateur de tension de résistance interne (ohmique) R_1 portée à la température T_1, chargé par une résistance (ohmique) R_2 portée à la température T_2.

C'est le cas du circuit d'entrée d'un amplificateur à triode, pour lequel l'impédance d'entrée est fixée par un réseau passif. R_2 est alors l'impédance du réseau passif à la fréquence d'accord, ou la résistance équivalente du réseau passif.

ISBN : 978-2-9544675-1-1

Le problème posé est l'estimation de la contribution du réseau d'entrée au bruit de l'amplificateur.

9.2.1 Calcul direct du facteur de bruit

Nous utiliserons la définition du facteur de bruit donnée en 8.3 :

$$F = \frac{(S/B)_e}{(S/B)_s}$$

Les schémas équivalents, du point de vue du signal et du point de vue du bruit, sont donnés ci-après.

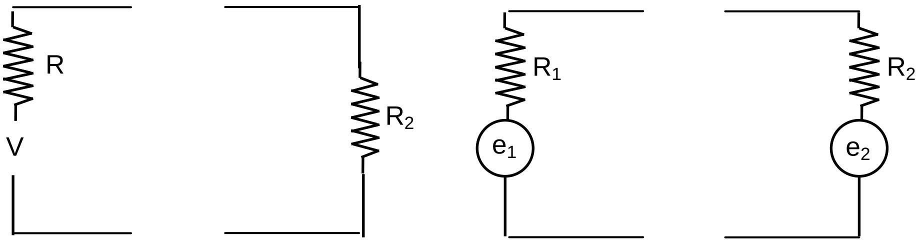


Schéma type « signal » Schéma type « bruit »

La tension efficace du signal aux bornes du générateur est V, la tension de bruit aux bornes du générateur est e_1.

Le rapport signal sur bruit aux bornes du générateur, ou S/B à l'entrée du récepteur s'écrira donc :

$$\left(\frac{S}{B}\right)_e = \frac{\overline{V}^2}{e_1^2}$$

A la sortie du « *récepteur* » soit sur la charge R_2, la tension de signal s'écrit :

$$\overline{V}_s = \overline{V} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Et la tension de bruit est donnée par l'expression (cf. paragraphe 9.12) :

$$e_s^2 = e'^2_1 + e'^2_2 = e_1^2 \frac{R_2^2}{(R_1+R_2)^2} + e_2^2 \frac{R_1^2}{(R_1+R_2)^2} = \frac{e_1^2.R_2^2 + e_2^2.R_1^2}{(R_1+R_2)^2}$$

d'où :

$$\left(\frac{S}{B}\right)_s = \frac{\overline{V}_S^2}{e_s^2} = \frac{\overline{V}^2 \cdot R_2^2}{(R_1+R_2)^2} \cdot \frac{(R_1+R_2)^2}{e_1^2 R_2^2 + e_2^2 R_1^2} = \overline{V}^2 \frac{R_2^2}{e_1^2 R_2^2 + e_2^2 R_1^2}$$

soit :

$$F = \frac{(S/B)_e}{(S/B)_s} = \frac{e_1^2 R_2^2 + e_2^2 R_1^2}{e_1^2 R_2^2} = 1 + \frac{e_2^2}{e_1^2} \frac{R_1^2}{R_2^2}$$

et comme :

$$e_1^2 = 4k\, T_1\, \Delta F\, R_1 \;;\; e_2^2 = 4k\, T_2\, \Delta F\, R_2$$

ISBN : 978-2-9544675-1-1

$$\boxed{F = 1 + \frac{R_1\ T_2}{R_2\ T_1}}$$

On peut en déduire la température additionnelle de bruit, connaissant la relation :

$$F = \frac{T_1 + T_A}{T_1} = 1 + \frac{T_A}{T_1}$$

d'où :

$$\boxed{T_A = \frac{R_1}{R_2} T_2}$$

expression dans laquelle on remarque que T_A ne dépend que de T_2, donc des conditions de fonctionnement de l'amplificateur lui-même.

9.2.2 Calcul direct de la température additionnelle de bruit

La température additionnelle de bruit est la température équivalente de bruit d'une source fictive, qui placée à l'entrée d'un amplificateur parfait de même gain G que l'amplificateur réel, produit en sortie la même puissance de bruit ΔB_S que l'amplificateur seul.

Elle se calculera donc dans le cas général de la manière suivante :

- estimation du gain de l'amplificateur ;
- calcul de ΔB_S en supposant éteintes toutes les sources de bruit autres que les sources internes au récepteur ;
- calcul du bruit additionnel ramené à l'entrée $\Delta B_e = \dfrac{\Delta B_s}{G}$;
- calcul de : $T_A = \dfrac{\Delta B_e}{k\,\Delta F} = \dfrac{\Delta B_s}{G\,k\,\Delta F}$.

a Calcul du gain G dans le cas du dipôle résistif (G ≤ 1)

Rappelons la définition du gain donnée en 5.1 :

$$G = \frac{\text{puissance fournie à la charge}}{\text{puissance maximale disponible sur la source}}$$

Dans le cas présent :

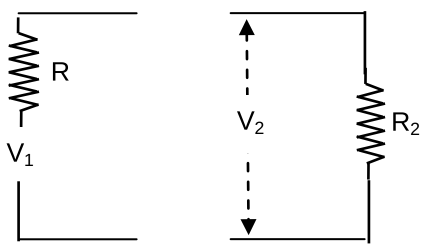


Schéma type « signal »

$$G = \frac{\overline{V_2}^2}{R_2} \cdot \frac{4R_1}{\overline{V_1}^2}, \text{ avec : } \overline{V_2} = \frac{\overline{V_1}\, R_2}{R_1 + R_2}$$

$$G = \frac{4\,R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)^2}$$

ISBN : 978-2-9544675-1-1

b Calcul de ΔB_s

On éteint toutes les sources de bruit sauf celles internes au récepteur ; ici seule e_2 subsiste.

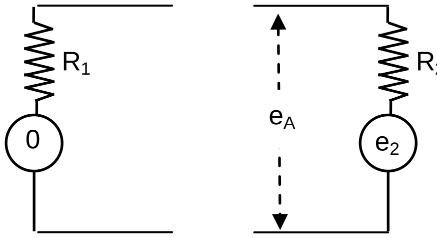


Schéma type « bruit »

La tension de bruit aux bornes de la charge R_1 due à la seule présence de e_2 s'écrit :

$$e_A = \frac{e_2\ R_1}{R_1 + R_2}$$

d'où la puissance additionnelle de bruit en sortie ΔB_S :

$$\Delta B_s = \frac{e_A^2}{R_2} = \frac{4k \cdot R_2 \cdot T_2 \cdot \Delta F}{R_2} \cdot \frac{R_1^2}{(R_1 + R_2)^2}$$

$$\Delta B_s = 4k \cdot T_2 \cdot \Delta F \frac{R_1^2}{(R_1 + R_2)^2}$$

c Calcul de T_A

On connaît :

$$T_A = \frac{\Delta B_s}{G \cdot k \cdot \Delta F}$$

soit :

$$T_A = 4k \cdot T_2 \cdot \Delta F \cdot \frac{R_1^2}{(R_1 + R_2)^2} \cdot \frac{1}{k\,\Delta F} \cdot \frac{(R_1 + R_2)^2}{4R_1\ R_2}$$

$$\boxed{T_A = T_2\ \frac{R_1}{R_2}}$$

Les deux méthodes de calcul sont équivalentes, et ceci justifie la définition choisie en 5.1 pour le gain G de l'amplificateur.

9.2.3 Schéma équivalent

L'ensemble source-charge peut être considéré comme un amplificateur de gain :

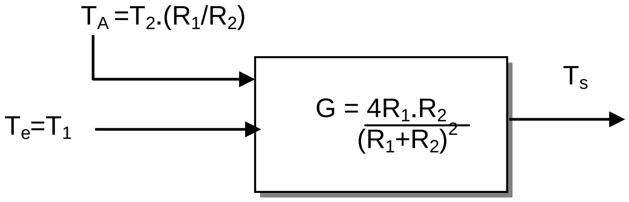
$$G = \frac{4R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)^2}$$

et de température additionnelle :

$$T_A = T_2\ \frac{R_1}{R_2}$$

ISBN : 978-2-9544675-1-1

d'où son schéma équivalent :



qui est celui d'un amplificateur de facteur de bruit :

$$F = 1 + \frac{R_1}{R_2}\frac{T_2}{T_1}$$

Si on se place dans le cas pratique où $T_2 = T_1 \cong T_o$ *(température de référence)* :

$$F_o = 1 + \frac{R_1}{R_2}$$

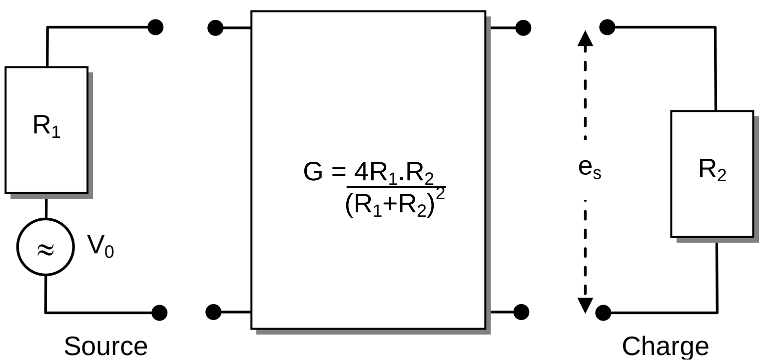
Il résulte de cette relation que dans le cas fréquent où l'entrée de l'amplificateur doit être adaptée à la source ($R_1 = R_2$), le facteur de bruit est égal à 3dB et la température additionnelle de bruit à T_o (290 °K).

On aboutit au résultat a priori paradoxal, que pour diminuer le facteur de bruit de l'amplificateur, il faut le désadapter ! Ce résultat n'est valable que parce que la résistance R_2 est de type ohmique et donc productrice de bruit thermique. Il n'en serait pas de même si R_2 était la résistance d'entrée de l'élément actif de la chaîne (transistor par exemple) la source de bruit correspondante étant alors de nature différente. Par ailleurs, cette diminution du facteur de bruit (ou de la température additionnelle de bruit) se fait au détriment du gain de l'amplificateur, ce qui (cf. 5.3) n'est pas forcément un avantage.

9.2.4 Autre interprétation des résultats

En faisant abstraction de la nature de R_2, on peut considérer la liaison charge, source comme un quadripôle passif non résistif de gain :

$$G = \frac{4R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)^2}$$



Le calcul effectué en 9.12 montre alors que la tension de bruit aux bornes de R_2 due à la seule présence de e_1 s'écrit :

ISBN : 978-2-9544675-1-1

$$e_S = \frac{e_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

d'où la puissance de bruit fournie par le quadripôle à la charge R_2 :

$$B_s = \frac{e_S^2}{R_2} = \frac{4R_1 \cdot k \cdot T_1 \cdot \Delta F}{R_2} \cdot \frac{R_2^2}{(R_1 + R_2)^2}$$

$$B_s = k \cdot T_1 \cdot \Delta F \cdot \frac{4R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)^2}$$

$k\ T_1\ \Delta F$ est la puissance maximale disponible sur la source,

$\frac{4R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)^2} = G$ est le gain du quadripôle, donc :

$$\boxed{B_S = G\ B_e}$$

Ce quadripôle non résistif est un amplificateur parfait, il amplifie de la même manière le signal utile et le bruit qui l'accompagne. Ceci confirme l'option prise en 5.4 d'estimer la température additionnelle de bruit d'une liaison (ou d'un quadripôle passif) à l'adaptation, en laissant l'effet de la non adaptation dans la définition du gain G de l'amplificateur placé en bout de ligne.

9.3 TEMPÉRATURE DE BRUIT D'UNE LIAISON ADAPTÉE

Dans ce cas, les pertes sont introduites par la présence de résistances ohmiques dans la liaison.

Nous allons estimer directement l'influence des bruits dus aux résistances internes de la liaison, dans le cas d'une cellule en T symétrique :

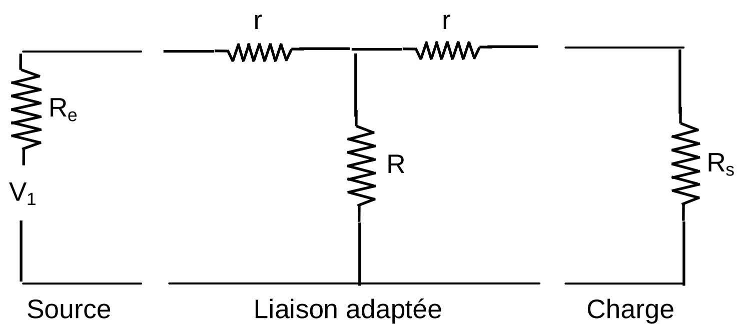


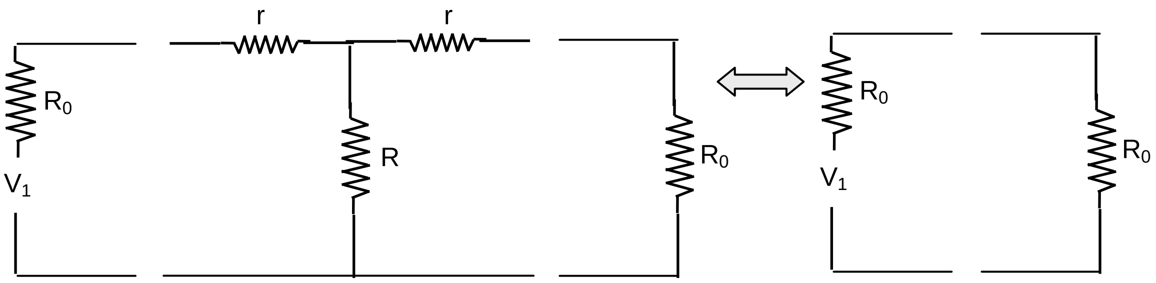
Schéma type « signal »

Le calcul correspondant est long et complexe, nous allons seulement en donner les phases principales, et les principaux résultats intermédiaires.

9.3.1 Conditions d'adaptation

L'ensemble quadripôle plus charge de sortie doit présenter une impédance égale à l'impédance de source et inversement ($R_e = R_s = R_0$), ce qui impose :

ISBN : 978-2-9544675-1-1

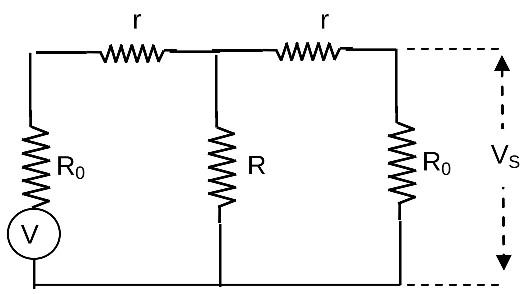


$$R_0 = r + \frac{(r + R_0) \cdot R}{r + R + R_0}$$

$$R_0^2 = r^2 + 2 \cdot r \cdot R$$

9.3.2 Perte de transmission

C'est le rapport entre la puissance maximale utilisable de la source et la puissance délivrée à la charge :



$$L = \frac{V^2}{4R_0} \cdot \frac{R_0}{V_s^2} = \frac{V^2}{4V_s^2}$$

$$V_s = \frac{V \cdot R}{2(R_0 + R + r)}$$

$$L = \frac{(R_0 + R + r)^2}{R^2}$$

9.3.3 Calcul de r et R en fonction de R_0 et L

Les relations trouvées en 9.31 et 9.32 permettent d'écrire :

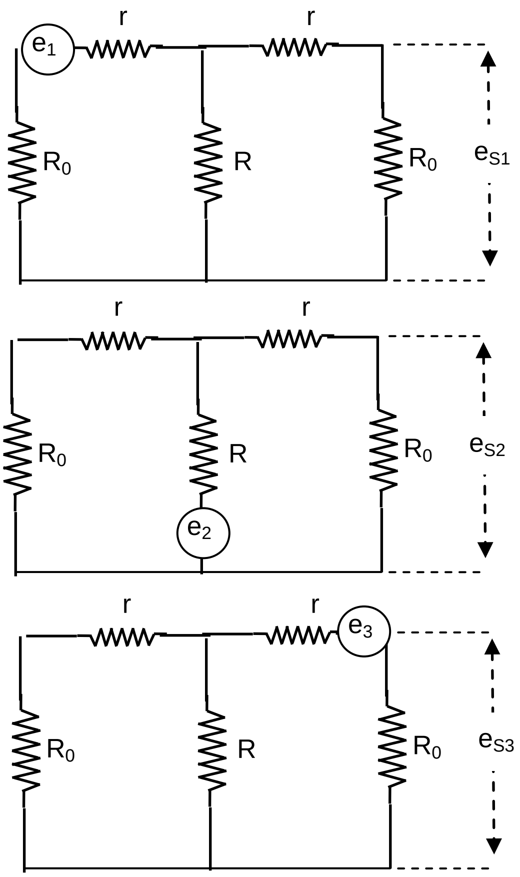
$$r = R_0 \frac{\sqrt{L} - 1}{\sqrt{L} + 1}$$

$$R = \frac{2 R_0 \sqrt{L}}{L - 1}$$

9.3.4 Tensions de bruit sur la charge dues aux diverses sources internes

Les sources de bruit sont les bruits thermiques dans les deux résistances r et la résistance R. Tous calculs faits on arrive à :

ISBN : 978-2-9544675-1-1



$$e_1^2 = 4\,r \cdot k \cdot T \cdot \Delta F$$

$$e_{S1}^2 = \frac{r}{L} \cdot k \cdot T \cdot \Delta F$$

$$e_2^2 = 4 \cdot R \cdot k \cdot T \cdot \Delta F$$

$$e_{S2}^2 = 4 \cdot \frac{R_o^2}{R} \cdot k \cdot T \cdot \Delta F \cdot \frac{1}{\left(\sqrt{L} + 1\right)^2}$$

$$e_3^2 = 4 \cdot r \cdot k \cdot T \cdot \Delta F$$

$$e_{S3}^2 = r \cdot k \cdot T \cdot \Delta F$$

9.3.5 Evaluation de ΔB_s et de T_A

$$\Delta B_s = \frac{e_{S1}^2 + e_{S2}^2 + e_{S3}^2}{R_o} = k \cdot T \cdot \Delta F \left(\frac{r}{R_o\,L} + \frac{r}{R_o} + \frac{4\,R_o}{R} \cdot \frac{1}{\left(\sqrt{L} + 1\right)^2} \right)$$

soit en remplaçant r et R par leurs valeurs tirées de 9.3.3 :

$$\Delta\,B_s = k \cdot T \cdot \Delta F \cdot \frac{L - 1}{L}$$

On connaît par ailleurs la relation :

$$T_A = \frac{\Delta B_s}{G \cdot k \cdot \Delta F} = \frac{\Delta B_s \cdot L}{k \cdot \Delta F}$$

d'où :

$$\boxed{T_A = T \cdot (L - 1)}$$

qui n'est autre que la relation trouvée en 5.4 par une autre méthode.

9.4 CONCLUSION

Le bruit dans les réseaux passifs peut être calculé à la fréquence d'accord des circuits, en remplaçant chaque dipôle par sa résistance équivalente de bruit et en composant en puissance, les bruits en provenance des diverses résistances du réseau.

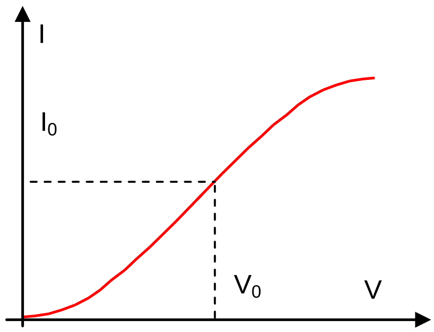
ISBN : 978-2-9544675-1-1

La présentation des résultats sous forme de températures additionnelles semble intéressante car elle permet de localiser des parties du réseau global (dipôles, quadripôles), d'attribuer une température additionnelle à chaque partie prise séparément, et d'appliquer ensuite les théorèmes généraux de composition.

10 BRUIT DES ÉLÉMENTS ACTIFS DES AMPLIFICATEURS

10.1 BRUIT DES DIODES

Une diode possède une caractéristique tension courant dont l'allure générale est donnée par le schéma suivant :



Autour d'un certain point de polarisation, une diode présentera donc du point de vue des signaux alternatifs une certaine résistance interne $R_i = \Delta V/\Delta I$, qui n'a rien de commun avec une résistance ohmique.

La source de bruit dans une diode est de nature différente, elle est due au fait que l'émission des électrons dans les tubes à vide, ou le transfert des porteurs dans les jonctions, se fait de manière aléatoire.

Au courant moyen I_0 se superpose un courant aléatoire, rapidement variable dont la valeur quadratique moyenne est donnée par l'expression (*en régime saturé soit pour* $R_i = \infty$) :

$$i^2 = 2\ q\ I_0\ \Delta F$$

- Y : charge de l'électron (q = –e cf. chapitre 3)
- $q = 1{,}6\ 10^{-19}$ coulomb
- I_0 : courant moyen de polarisation en ampères
- ΔF : bande passante équivalente en Hz.

Cette propriété des diodes est connue sous le nom d'effet Schottky.

Du point de vue du bruit, une diode sera équivalente à sa résistance interne R_i mise en parallèle avec la source de courant i. Dans la pratique, il faut en outre tenir compte de la résistance ohmique de la jonction, de la capacité de la jonction et de la self due au montage.

Dans de nombreux cas, la résistance ohmique et donc la tension de bruit e qui l'accompagne, ont un effet négligeable.

10.2 BRUIT DES TRANSISTORS

Le bruit propre du transistor se scinde en deux bruits d'origines différentes :

- un bruit blanc, analogue à celui de la diode**,** indépendant de la fréquence, dû à l'effet Schottky auquel correspond un courant de fluctuation :

ISBN : 978-2-9544675-1-1

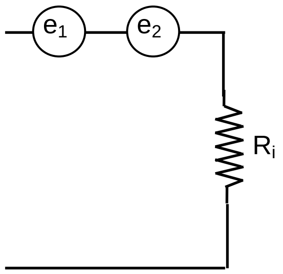
$$i^2 = 2\, q.I.\Delta F.\alpha$$

- un bruit de « *semi-conduction* » inversement proportionnel à la fréquence dont l'origine est mal connue.

On peut, comme dans le cas de la diode, considérer un transistor réel, comme un transistor parfait, soumis à son entrée à des sources de bruit.

Par contre, l'impédance d'entrée du transistor n'est pas infinie et se ramène à l'accord à une résistance interne d'entrée R_i non génératrice de bruit *(d'expression complexe, dépendant des paramètres du transistor et du circuit de sortie).*

Du point de vue du bruit, et sans analyser dans le détail son fonctionnement, le schéma équivalent *(très simplifié)* d'un transistor sera :



Avec

- e_1 due à l'effet Schottky et exprimée sous la forme d'un bruit thermique :

$$e_1^2 = 4\, R_{eq} \cdot k \cdot T \cdot \Delta F$$

$$\Delta F = f_2 - f_1$$

- e_2 due au bruit de semi-conduction :

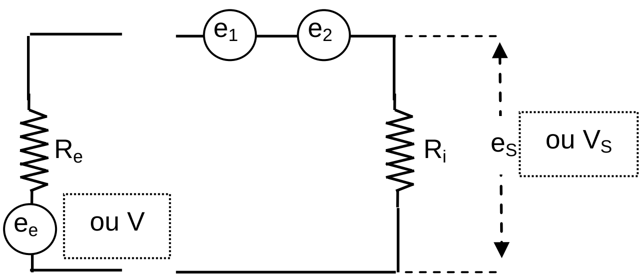
$$e_2^2 = Q \cdot \frac{f_2}{f_1}$$

- R_i résistance d'entrée non génératrice de bruit

R_{eq}, Q et R_i dépendent des conditions de fonctionnement du transistor. f_2 et f_1 sont les fréquences extrêmes de la bande d'utilisation. Elles sont liées aux circuits utilisés.

10.3 FACTEUR DE BRUIT D'UN AMPLIFICATEUR À TRANSISTOR

Considérons le transistor et son circuit signal :



en reprenant le raisonnement établi en 9.2.1 nous pouvons écrire :

$$\left(\frac{S}{B}\right)_e = \frac{V^2}{e_e^2}$$

ISBN : 978-2-9544675-1-1

$$V_S^2 = \frac{V \cdot R_i}{R_e + R_i} \; ; \; V_S^2 = V^2 \left(\frac{R_i}{R_e + R_i} \right)^2$$

$$e_S^2 = \left(\frac{R_i}{R_e + R_i} \right)^2 \cdot \left(e_e^2 + e_1^2 + e_2^2 \right)$$

$$\left(\frac{S}{B} \right)_s = \frac{V_S^2}{e_S^2} = \frac{V^2}{e_e^2 + e_1^2 + e_2^2}$$

$$F = \frac{e_e^2 + e_1^2 + e_2^2}{e_e^2}$$

Soit :

$$\boxed{F = 1 + \frac{R_{eq}}{R_e} + \frac{Q}{4 \cdot R_e \cdot k \cdot T \cdot \Delta F} \cdot \frac{f_2}{f_1}}$$

Aux basses fréquences, le bruit de semi-conduction domine car $f_2 >> f_1$, puis (à ΔF donné), lorsque f_1 croît, ce bruit décroît comme :

$$\frac{f_1 + \Delta F}{f_1} = 1 + \frac{\Delta F}{f_1}$$

Aux fréquences hautes, dans le domaine d'utilisation du transistor, le bruit dû à l'effet Schottky devient prépondérant.

****

ISBN : 978-2-9544675-1-1